18

LES GRANDS PROBLÈMES DES SCIENCES

Mioara Mugur—Schächter

étude du caractère complet de la théorie quantique

GAUTHIER-VILLARS PARIS

LES GRANDS PROBLÈMES DES SCIENCES, OUVRAGES RÉUNIS PAR P. FÉVRIER

Nº 18

ÉTUDE DU CARACTÈRE COMPLET DE LA THÉORIE QUANTIQUE

PAR

MIOARA MUGUR-SCHÄCHTER

Préface de
LOUIS DE BROGLIE
de l'Académie française, Secrétaire Perpétuel
de l'Académie des Sciences

« OUVRAGE PUBLIÉ AVEC LE CONCOURS DU CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE »

1964
GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR
PARIS

Ouvrages de la Collection
In-8° (16 × 25)

I. BROGLIE (Louis DE). — La physique quantique restera-t-elle indéterministe? avec une contribution de Jean-Pierre VIGIER, 1953.

II. FÉVRIER (P.). — L'interprétation physique de la Mécanique ondulatoire. 1955.

III. YIFTAH (S.). — Constantes fondamentales des théories physiques. 1956.

IV. TONNELAT (M.-A.). — La théorie du champ unifié d'Einstein. 1955.

V. VIGIER (J.-P.). — Structure des micro-objets dans l'interprétation causale de la théorie des quanta. 1956.

VI. DESTOUCHES (J.-L.). — La quantification en Théorie fonctionnelle des corpuscules. 1956.

VII. BROGLIE (Louis DE). — La théorie de la mesure en Mécanique ondulatoire. 1957.

VIII. COSTA DE BEAUREGARD (O.). — Théorie synthétique de la Relativité restreinte et des Quanta. 1957.

IX. DESTOUCHES (J.-L.). — Corpuscules et champs en Théorie fonctionnelle. 1958.

X. HALBWACHS (F.). — Théorie relativiste des fluides à spin. 1960.

XI. AESCHLIMANN (F.). — Recherches sur la notion de système physique. 1960.

XII. DESTOUCHES (J.-L.). — Leçons sur le champ fondamental. 1961.

XIII. La méthode automatique dans les Mécaniques classiques et nouvelles. Actes du 4e Colloque international de Logique et Philosophie des Sciences. Institut H. Poincaré, Paris, septembre 1959 (organisé par A. CHATELET assisté de J.-L. DESTOUCHES).

XIV. Théorie physique et recherche prévisionnelle. Actes du 1er Colloque international organisé par le Centre de Recherches prévisionnelles de l'École centrale des Arts et Manufactures, Paris, mai 1962.

XV. Conclusions, Calcul et Réalités. Actes du 2e Colloque international organisé par le Centre de Recherches prévisionnelles de l'École des Arts et Manufactures de Paris, mai 1963.

XVI. SAUER (Cl.). — Planification générale et intégration économique. 1964.

XVII. BROGLIE (Louis DE). — La thermodynamique de la particule isolée (ou thermodynamique cachée des particules).

En préparation :

Émile Borel, Philosophe et homme d'action. Pages choisies présentées par Maurice FRÉCHET.

PICARD (C.). — Théorie des questionnaires.

PRÉFACE

Madame Mugur-Schächter a depuis quelque temps entrepris des recherches sur l'interprétation de la mécanique ondulatoire dans le sens dont j'ai moi-même repris le développement dans ces dernières années. Ces recherches l'ont conduite à la rédaction d'une thèse de doctorat dont j'ai suivi l'élaboration et qu'elle a récemment soutenue devant la Faculté des Sciences de Paris. C'est le texte de cette thèse qui fait l'objet du présent volume.

La première partie de cette thèse porte sur l'examen du célèbre théorème de von Neumann qui affirme l'impossibilité d'interpréter l'intervention constante des probabilités en Mécanique ondulatoire par l'introduction de variables cachées. Ce théorème semblait exclure absolument tout espoir d'obtenir une image claire et causale de la coexistence des ondes et des corpuscules qui fournisse du formalisme probabiliste de la Mécanique quantique une interprétation un peu analogue à celle que la Mécanique statistique a naguère fournie des postulats abstraits de la Thermodynamique classique des principes.

Depuis plusieurs années, tandis que des doutes s'élevaient de divers côtés sur la validité de ce théorème, j'étais arrivé à la conviction que le raisonnement par lequel von Neumann avait cru le justifier était trompeur et qu'il reposait sur un cercle vicieux parce que son auteur introduisait subrepticement dans ses prémisses le résultat même qu'il voulait démontrer. Madame Mugur-Schächter dans la première partie de sa thèse a soumis à une analyse approfondie le raisonnement de von Neumann. Logicienne expérimentée, elle a effectué une véritable dissection logique de ce raisonnement et il me semble qu'elle est parvenue à démonter rigoureusement son caractère fallacieux. Je ne puis résumer ici les arguments détaillés et subtils qu'elle a longuement développés, mais tous ceux qui étudieront la première partie de son travail s ront frappés par la vigueur d'esprit avec laquelle elle a poursuivi cette analyse.

Dans la seconde partie de sa Thèse, Madame Mugur-Schächter est partie de la remarque que la non-validité du théorème de von Neumann remet en question le caractère complet de la théorie quantique actuelle et elle a entrepris, pour le prouver, une analyse très approfondie des mesures quantiques ainsi que de la validité générale des relations d'incertitude de Heisenberg et de la théorie des transformations. Cette étude menée avec rigueur l'a amenée à se demander s'il n'existerait par des types de mesures « non quantiques » *(en particulier les mesures par trace) auxquelles la théorie quantique actuelle ne s'appliquerait pas, ce qui naturellement montrerait que celle-ci n'est pas complète. Madame Mugur-Schächter met en doute la validité des relations d'incertitude pour ce type de mesures et elle insiste sur l'importance de l'idée que j'avais introduite depuis quelques années suivant laquelle, contrairement aux affirmations de la théorie des transformations, la probabilité de localisation d'un corpuscule, qui préexiste à toute opération de mesure, aurait une sorte de « primauté » par rapport aux autres probabilités (notamment celles qui concernent les valeurs de la quantité de mouvements) parce que ces dernières n'entrent en jeu qu'après une opération de mesure.*

En résumé, la thèse de Madame Mugur-Schächter, très vigoureusement charpentée du point de vue logique et pleine d'analyses fines et rigoureuses, présente un très grand intérêt à l'heure actuelle où de nombreux indices me semblent annoncer une prochaine et sans doute nécessaire révision des idées qui ont été mises depuis 35 ans à la base de l'interprétation de la Physique quantique.

Louis de Broglie

L'esprit dans lequel sont réalisées
les analyses qui constituent cette
thèse, me fut révélé par l'étude
de l'œuvre de M. Louis de Broglie.

AVANT-PROPOS

L'interprétation courante du formalisme quantique, les divers arguments que l'on donne pour mettre en évidence le caractère complet de ce formalisme, et particulièrement la démonstration bien connue de von Neumann concernant d'éventuels paramètres cachés associés aux microsystèmes, m'ont toujours produit — comme à tant d'autres chercheurs — une sorte de contrariété logique.

Je crus discerner que la source de cette contrariété se trouve dans le fait que l'on abolit certaines des dimensions que le problème du caractère complet de la théorie quantique possède, et ceci sans en avoir conscience. Si l'on raisonnait — par exemple — sur la représentation d'un cube par un dessin, comme s'il s'agissait du cube lui-même, les raisonnements seraient exposés à des insuffisances d'une nature analogue. Et l'on pourrait dire des paradoxes de la théorie des ensembles, sans que l'expression soit trop confuse, qu'ils provenaient de la projection d'un problème possédant un nombre donné de dimensions logiques, sur un espace logique ayant un nombre de dimensions plus restreint; la théorie des types de Russell lève ces paradoxes précisément en introduisant, pour chaque problème, toutes les dimensions logiques supplémentaires nécessaires pour l'obtention d'un espace qui puisse contenir intégralement le volume logique réel du problème considéré.

De même, dans l'interprétation usuelle de la théorie quantique et dans la démonstration de von Neumann, l'on superpose ou l'on juxtapose dans un même plan logique des notions qui appartiennent en fait à des plans logiques differents. On n'y distingue pas entre des notions indiquant des éléments de la réalité physique, et des notions indiquant des éléments purements descriptifs, formels, comme l'on ne tient pas compte non plus de nombre de relations qui, bien qu'elles concernent des notions indiquant des éléments tous purement descriptifs, contribuent néanmoins à déterminer le relief logique de tout problème où ces notions interviennent : on confond un paramètre donné avec l'aspect de la réalité physique qu'il représente, on parle de paramètres cachés, sans spécifier par rapport à quelle théorie ils sont cachés, et sans distinguer entre la propriété formelle d'un paramètre d'être caché relativement à une théorie donnée, et l'éventuelle propriété physique de l'aspect de la réalité que ce paramètre représente, d'être caché expérimentalement; on définit des ensembles statistiques homogènes, mais sans spécifier par rapport à quelle catégorie d'autres ensembles cette homogénéité existe, on définit la dispersion d'un ensemble statistique, mais sans spécifier par rapport à quelle loi de distribution.

Il en résulte que le problème est — si j'ose employer cette expression — logiquement aplati, replié.

Il est alors naturel de penser qu'on pourrait peut-être examiner mieux les aspects du problème du caractère complet de la théorie quantique, si l'on réussissait d'abord à rendre à ce problème son volume logique réel, en introduisant pour les notions qui y interviennent toutes les distinctions des types mentionnés plus haut.

Dans les analyses de cette thèse j'ai constamment essayé de procéder ainsi.

PREMIÈRE PARTIE

INVALIDATION DU THÉORÈME DE VON NEUMANN CONCERNANT L'INCOMPATIBILITÉ AVEC LA THÉORIE QUANTIQUE, DE L'EXISTENCE DE PARAMÈTRES CACHÉS ASSOCIÉS AUX MICROSYSTÈMES

1 — INTRODUCTION

On sait que von Neumann a considéré avoir démontré [1] que l'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes est incompatible avec la théorie quantique, d'où il résulte que la théorie quantique est une théorie statistique complète et que le comportement des microsystèmes possède un caractère non-causal.

Mais un caractère complet de la théorie quantique implique des conséquences que certains physiciens jugent inacceptables. Ce fait a entretenu l'espoir de pouvoir néanmoins construire une théorie causale des microphénomènes, et il a même conduit à des tentatives pour réaliser une telle théorie effectivement. (Une de ces tentatives, amorcée en 1926 par M. de Broglie [2], ensuite abandonnée, puis reprise en 1952 par M. Bohm [3], a été maintenue depuis par M. de Broglie [4-8] et ses élèves [9-12], etc... dans un progrès continu, et actuellement elle s'impose avec une force grandissante).

Pour tous ceux qui ressentaient la nécessité d'une description causale des microphénomènes, le théorème de von Neumann, qui élimine à priori la possibilité d'une telle description, constitua naturellement un objet d'analyse.

C'est ainsi qu'apparurent diverses objections concernant la démonstration de von Neumann [3, 13-16, 4-5 et 8]. Mais, à des degrés différents, toutes ces démonstrations — à la seule exception de celle de M. de Broglie — sont exprimées sous la forme d'opinions plutôt que de démonstrations. Quant à leur contenu, bien que toutes les objections mentionnées s'accordent dans la conclusion que l'impossibilité de l'existence de paramètres cachés associés aux microphénomènes ne résulte pas du raisonnement de von Neumann, les motifs sur lesquels cette conclusion est fondée varient en général d'un auteur à l'autre. La démonstration de von Neumann continue donc à constituer en fait un problème ouvert.

Dans cette première partie de notre thèse nous essayerons de clore le problème de la validité du raisonnement de von Neumann, en soumettant ce raisonnement, ainsi que les objections déjà faites à son sujet, à une analyse suffisamment détaillée, exhaustive et rigoureuse, pour qu'elle possède le caractère objectif d'une démonstration et non pas celui subjectif d'une opinion.

L'analyse de la structure du raisonnement de von Neumann fournira la conclusion que ce raisonnement est erroné. L'analyse des objections concernant le théorème de von Neumann faites par d'autres auteurs, nous mènera à la conclusion que les objections de Bohm [3] Weitzel [13] et Feyerabend [15] ne sont pas justifiées, que celles de Fenyes [14] et Bocchieri et Loinger [16] ne constituent pas une démonstration proprement dite de la non-validité du théorème de von Neumann, et que l'objection de M. de Broglie n'exclut pas l'intérêt spécifique de la nôtre.

La nécessité de créer une structure logique par rapport à laquelle la démonstration et les analyses mentionnées puissent être exprimées avec rigueur, nous a amené à formuler d'une façon explicite et systématique les relations qui existent entre les propriétés formelles d'une théorie statistique, son caractère complet, le caractère causal du comportement des systèmes décrits par cette théorie, et l'existence de paramètres cachés associés au comportement de ces systèmes. Rapportés à cette structure de référence — tandis que se précisent la position et les caractéristiques de la démonstration de von Neumann et des objections qu'elle a soulevées — les différents aspects du problème général des «paramètres cachés» acquièrent eux aussi une définition explicite.

Ces résultats établissent que l'unique obstacle qui s'oppose à priori à une conception causale des microphénomènes ne possède qu'une existence factice, et en même temps ils spécifient la configuration du terrain logique sur lequel s'accomplit actuellement l'édification d'une théorie causale des microphénomènes.

2 — LA DÉMONSTRATION DE VON NEUMANN (*)

Pour des raisons de clarté nous commençons par rappeler les définitions des termes, le problème que d.N. concerne, et la façon dont, en essence, cette démonstration se développe.

(*) L'expression «la démonstration de von Neumann» sera indiquée dorénavant par la notation abrégée d.N.

2.*a* — Définitions préliminaires

Considérons un ensemble statistique ($S_1, S_2 \ldots S_N$) de N exemplaires d'un même système S. Indiquons par $\mathfrak{R}$(*) l'une quelconque des quantités physiques mesurables qui caractérisent S. Soit Exp ($\mathfrak{R}$) une fonction associée à l'ensemble ($S_1, S_2 \ldots S_N$), qui est soumise à deux conditions très générales A′ et B′ [imposées par le sens de valeur moyenne attribuée à Exp ($\mathfrak{R}$)], qui est définie pour toute $\mathfrak{R}$, dont les valeurs sont des nombres réels, et qui caractérise complètement l'ensemble ($S_1, S_2 \ldots S_N$) du point de vue statistique.

A l'aide de la fonction Exp ($\mathfrak{R}$) on peut définir pour l'ensemble ($S_1, S_2 \ldots S_N$) qui lui correspond les deux propriétés suivantes :

(α) L'ensemble statistique ($S_1, S_2 \ldots S_N$) est sans dispersion si pour tout $\mathfrak{R}$

$$\mathrm{Exp}\,(\mathfrak{R}^2) = [\mathrm{Exp}\,(\mathfrak{R})]^2$$

(β) L'ensemble statistique ($S_1, S_2 \ldots S_N$) est homogène (ou pur, ou indécomposable en deux autres ensembles qui diffèrent de lui et entre eux) si le fait que pour toute $\mathfrak{R}$

$$\mathrm{Exp}\,(\mathfrak{R}) = c'\,\mathrm{Exp}'\,(\mathfrak{R}) + c''\,\mathrm{Exp}''\,(\mathfrak{R})$$

— où c' et c'' sont des constantes, et $c' > 0, c'' > 0, c' + c'' = 1$ — implique le fait que

$$\mathrm{Exp}\,(\mathfrak{R}) \equiv \mathrm{Exp}'\,(\mathfrak{R}) \equiv \mathrm{Exp}''\,(\mathfrak{R}).$$

Tout ensemble sans dispersion est évidemment homogène. Mais le problème demeure ouvert, de savoir si tout ensemble homogène est ou non sans dispersion.

2.*b* — Position du problème

Utilisant la propriété définie par (α), le problème de la compatibilité d'une théorie statistique T concernant des systèmes quelconques donnés, avec une conception causale du comportement de ces systèmes, est conçu par von Neumann de la façon suivante (**) :

(*) Dans ce paragraphe, afin de faciliter la comparaison avec le texte de von Neumann, nous utilisons les mêmes notations que celles utilisées par lui en [1], avec les significations qu'il leur attribue respectivement.

(**) Ce qui suit reproduit strictement (à la forme d'expression près) la manière dont von Neumann pose le problème auquel sa démonstration se rapporte [(1] pp. 209 et 210, 302-305, 323 et 324). Comme nous trouvons des déficiences de précision dans cette manière de poser le problème nous entreprendrons de la clarifier (§ 3) avant d'analyser d.N.

Pour qu'on puisse attribuer un caractère causal au comportement des systèmes décrits par T, il est nécessaire que tout ensemble statistique défini en T soit décomposable en sous-ensemble sans dispersion différents de l'ensemble initial et l'un de l'autre (c'est-à-dire représentable par une superposition de tels ensembles(*)). On pourrait en principe construire ces sous-ensembles en tenant compte de paramètres supplémentaires et en réalisant un classement des systèmes de l'ensemble initial selon les valeurs de ces paramètres. Si T satisfait à la condition énoncée, la dispersion d'un ensemble de T est due au fait qu'afin de construire cet ensemble on a tenu compte d'une quantité d'information inférieure à celle dont il aurait été possible de faire usage.

Mais si T contient des ensembles avec dispersion qui ne sont pas décomposables en sous-ensembles sans dispersion, le comportement des systèmes décrits par T possède un caractère non-causal, car en ce cas l'existence de la dispersion ne peut plus être attribuée à la non-utilisation d'information dont il aurait été possible de faire usage.

Mais avant d'accepter définitivement cette interprétation de la non-décomposabilité d'ensembles de T avec dispersion, il faut avoir examiné d'abord le problème des paramètres cachés : si une théorie statistique fait intervenir des ensembles avec dispersion, sans que soient connus des paramètres supplémentaires à l'aide desquels on puisse effecteur une décomposition en sous-ensemble sans dispersion, il demeure néanmoins possible a priori que de tels paramètres existent quand même, mais qu'ils soient « cachés ». Il n'est donc permis de conclure que les systèmes décrits par une théorie statistique donnée ont un comportement non-causal qu'après avoir éliminé rigoureusement la possibilité de l'existence de paramètres cachés (**).

Ce qui précède concerne le cas abstrait d'une théorie statistique quelconque. Pour décider du caractère causal des microphénomènes, il reste a établir la position de la théorie quantique (***) relativement au problème énoncé plus haut. C'est en cela que consiste le but de d.N.

(*) En effet, il ne s'agit pas ici d'une décomposabilité opérationnelle, mais seulement abstraite ([1], pp. 305 et 306). Von Neumann pose le problème et construit sa démonstration tout en considérant comme établi dès l'abord que dans le cas des ensembles homogènes quantiques, il est impossible de définir un procédé de décomposition physique en sous-ensembles sans dispersion ([1] pp. 302-305).

(**) Voir note (**) p. 3.

(***) L'expression « la théorie quantique » sera indiquée dorénavant par la notation t.q.

2.*c* — La démonstration proprement-dire

d.N. peut-être considérée comme consistant en trois étapes, que nous indiquerons dans ce qui suit par les notations ε_1, ε_2, ε_3.

2.*c*.1 — L'ÉTAPE, ε_1 DE d.N.

L'étape ε_1 de d.N. est consacrée à l'explicitation de deux propriétés des ensembles quantiques. Cette étape se développe en essence de la façon suivante :

En admettant les propositions A, B, (α), (β), *et deux postulats* — I *et* II(*) — *spécifique de la théorie quantique*, pour tout ensemble quantique ϕ il est possible, à l'aide du projecteur P [ϕ], de construire un «opérateur statistique» hermitien U, dont les éléments de matrice, exprimés par rapport à un système orthornormé complet d'états de base ϕ_1, ϕ_2..., sont

$$\mu_{mn} = (\mathrm{U}\phi_n, \phi_m)$$

Entre la fonction Exp ($\mathfrak{R}$) associée à l'ensemble ϕ et l'opérateur statistique U de cet ensemble, est toujours réalisée la relation

$$(\mathrm{T}r.)\ \mathrm{Exp}\,(\mathfrak{R}) = \sum_{m,n} \mu_{mn}\, a_{mn} = \mathrm{T}r.\,(\mathrm{U.R})$$

où R est l'opérateur qui correspond à la grandeur physique $\mathfrak{R}$, a_{mn} sont les éléments de matrice de cet opérateur dans la représentation choisie, et U est indépendant de R. (Ainsi l'opérateur U, comme la fonction Exp. ($\mathfrak{R}$), caractérise l'ensemble ϕ du point de vue statistique, ce qui justifie son nom).

Si l'on porte la forme (T*r*) de Exp. ($\mathfrak{R}$) dans la condition (α) de non-dispersion, il résulte qu'il n'existe aucun opérateur U qui soit compatible avec cette condition.

Donc :

($\varepsilon_1 \cdot 1$) Il n'existe pas d'ensemble sans dispersion.

En admettant ensuite qu'un ensemble dont l'opérateur statistique est U satisfait à la condition (β) d'homogénéité (portant dans β la forme (T*r*) de Exp ($\mathfrak{R}$)), il résulte qu'en ce cas U est un projecteur $\mathrm{P}_{[\phi]}$ ($\|\phi\| = 1$.

Donc :

($\varepsilon_1 \cdot 2$) Il existe des ensembles homogènes, à savoir ceux et uniquement ceux pour lesquels $\mathrm{U} = \mathrm{P}_{[\phi]}$ ($\|\phi\| = 1$). Ces ensembles eux non plus ne sont pas exempts de dispersion, conformément à ($\varepsilon_1 \cdot 1$)

(*) Voir note (*) p. 3.

2.*c*.1 — L'ÉTAPE ε_2 DE d.N.

L'étape de d.N. que nous désignons par ε_2 ([1] p. 323, §.3) consiste dans l'assertion de von Neumann que, du fait que tous les ensembles ont dispersion, même ceux qui sont homogènes, il résulte que le comportement des microsystèmes possède un caractère non-causal.

Du fait que dans le paragraphe suivant ([1] p. 323, §. 4, p. 324) — en passant à l'étape de d.N. que nous désignons par ε_3 — von Neumann dit que la possibilité d'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes reste encore à examiner, il résulte que la conclusion affirmée en ε_2 est considérée par lui comme étant valable *seulement dans l'hypothèse provisoire qu'il n'existerait pas des paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes.*

2.*c*.3 — L'ÉTAPE ε_3 DE d.N.

Dans l'étape ε_3 ([1] p. 324 §. 4, p. 324) l'on conclut qu'il n'est pas possible d'admettre l'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes. Cette conclusion est établie par le raisonnement suivant.

S'il existait des paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes, un ensemble homogène ($U = P_{[\phi]}$, $\|\phi\| = 1$) (*) pourrait être décomposé en sous-ensembles sans dispersion en classant les microsystèmes dont il est constitué selon les valeurs de ces paramètres, dont il pourrait aussi être décomposé en deux sous-ensembles sans dispersion différents de l'ensemble initial et entre eux ([1], p. 324, ast. 173). Or, en premier lieu, ceci serait en contradiction avec la définition (β) d'un ensemble homogène, et, en second lieu, les ensembles sans dispersion que l'on obtiendrait n'existent pas, conformément à ($\varepsilon_1 \cdot 1$). Il s'ensuit que l'existence de paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes ne peut pas être admise. L'hypothèse admise provisoirement en ε_2 est donc vérifiée, et, par conséquent, le comportement des microsystèmes possède effectivement un caractère non-causal.

Ainsi l'acceptation de *t.q.* conduit nécessairement à la conclusion que les systèmes de dimensions atomiques ne se comportent pas d'une façon causale.

Telle est d.N.

(*) Cette parenthèse montre qu'est envisagé un ensemble *quantique*.

3 — SUR LES RELATIONS QUI EXISTENT ENTRE CERTAINES PROPRIÉTÉS FORMELLES D'UNE THÉORIE STATISTIQUE, SON CARACTÈRE COMPLET, LE CARACTÈRE CAUSAL DES SYSTÈMES QU'ELLE DÉCRIT, ET DES PARAMÈTRES CACHÉS.

Le rappel de d.N. fait dans le paragraphe précédent montre déjà clairement qu'une théorie statistique concernant des systèmes S étant donnée, il existe une relation entre le caractère causal ou non-causal du comportement des systèmes S et la décomposabilité ou la non-décomposabilité en sous-ensembles sans dispersion, des ensembles de T avec dispersion. Bien que les traits essentiels de cette relation soient bien connus, il nous semble nécessaire, avant d'aborder l'analyse de d.N., de les énoncer d'une façon plus systématique et plus détaillée que ne l'a fait von Neumann dans son ouvrage, et sous une forme particulièrement adaptée à l'analyse que nous avons en vue.

Il est évident que l'on peut formuler le critère de *structure formelle causale de* T suivant, que nous indiquerons par la notation (C s c) :

(Csc) T contient un équivalent descriptif du caractère causal du comportement des systèmes S (en admettant que celui-ci existe) seulement si tout ensemble de T avec dispersion est décomposable en ensembles sans dispersion *qui sont eux aussi définis à l'intérieur de* T (donc compatibles avec le système de postulats de T).

Si la théorie T ne satisfait pas au critère (Csc) nous dirons d'elle qu'elle possède une structure formelle susceptible d'être rendue causale, si elle satisfait au critère suivant, que nous indiquerons par la notation (Cs → c).

(C s → c) T a une structure formelle susceptible d'être rendue causale si, en prenant en considération — à part les paramètres qui décrivent en T le comportement des systèmes S — d'éventuels paramètres supplémentaires (*), il est possible, *sans rien altérer dans le système de postulats de* T, de construire une autre théorie T′ des systèmes S, logiquement cohérente, et qui satisfasse à (Csc).

Le système de postulats de la théorie T′ envisagée en (Cs → c) est par définition identique à celui de la théorie T considérée initialement. Nous

(*) Aucune supposition n'est impliquée ici concernant l'existence effective de tels paramètres.

pensons donc qu'on peut dire, sans que l'affirmation ait un sens trop confus, que la capacité logique de description de T n'est pas modifiée par le passage à T′, mais qu'elle est seulement utilisée d'une façon plus exhaustive, puisqu'en T′, dans le même cadre logique qu'en T, l'on adjoint aux relations contenues en T les relations nouvelles exprimables à l'aide des paramètres supplémentaires de T′, qui en T n'existent pas. En ce sens, T′ est développée à l'intérieur de T. Pour exprimer ceci, nous nommerons T′ par la suite un *développement interne causal de* T (*).

Si T ne satisfait ni à (Csc) ni à (Cs → c) cela permet de conclure seulement qu'à l'intérieur de T ne sont pas contenues (respectivement, ne *peuvent* pas être contenues, introduites d'une façon logiquement cohérente) toutes les ressources descriptives qui sont nécessaires pour construire une représentation d'un caractère causal éventuel du comportement des systèmes S; que les éléments descriptifs nécessaires pour la construction d'une telle représentation ne sont pas tous définis (respectivement, définissables d'une façon qui n'engendre pas de contradictions) à l'intérieur du cadre logique de T, que T ne possède pas la capacité logique de fournir une telle représentation. Mais ce fait ne fournit aucun indice concernant la corrélation possible de cette incapacité de T avec un caractère non-causal du comportement des systèmes S. En effet, une fois une telle incapacité de T établie par l'application de (Csc) et (Cs → c), la possibilité que les propriétés formelles de T qui la déterminent soient — partiellement ou intégralement — le correspondant en T d'un caractère non-causal du comportement des systèmes S, reste ouverte tout aussi bien que la possibilité contraire, à savoir que ces propriétés formelles de T n'aient pas comme correspondant un caractère non-causal du comportement physique des systèmes S :

Les critères (Ssc) *et* (Cs → c) *n'ont aucune portée sur le caractère causal ou non-causal du comportement physique des systèmes* S, *ils expriment des caractéristiques intrinsèques à la structure formelle de T, ils caractérisent T du point de vue de la syntaxe logique pure.*

Pour obtenir des conclusions concernant le caractère causal ou non-causal du comportement physique des systèmes S il est donc nécessaire d'utiliser en plus une propriété convenable d'ordre sémantique, caractérisant la relation entre la structure formelle de la théorie T et la réalité physique que celle-ci décrit. Une propriété convenable de ce type est celle de « caractère complet de T », et on sait en quoi elle consiste : soient $p^{T}_{S,i}$ $(1 \leqslant i \leqslant n)$ les *n* paramètres à l'aide desquels on décrit dans T les états d'un système S. Par définition,

(*) La définition d'un développement interne causal de T sera précisée p. 11.

T est une théorie statistique complète des systèmes S si la réalité constituée par un système S et par les systèmes pouvant intéragir avec S ne contient pas des éléments qui permettent de définir des paramètres associés au comportement de S, autres que les n paramètres $p^{T}_{S,i}$ et indépendants de ceux-ci, à l'aide desquels on puisse décrire les états de S avec plus de détail que dans T. Si, au contraire, la réalité physique constituée par un système S et les systèmes pouvant intéragir avec S contient des éléments descriptibles à l'aide de k paramètres p_{Sj} $(1 \leqslant j \leqslant k)$ différents des n paramètrs $p^{T}_{S,i}$, et indépendants d'eux, à l'aide desquels il est possible d'obtenir une description du comportement de S plus détaillée que celle réalisée en T, alors T est, par définition, une théorie statistique incomplète de S.

Avant de continuer, précisions ici deux points :

En premier lieu, il apparaîtra plus loin que le critère selon lequel on décide s'il est ou non dépourvu de sens objectif d'admettre que le correspondant physique de l'un quelconque des k paramètres p_{Sj}, existe, n'intervient d'aucune façon dans l'invalidation de d.N. Ceci nous permet d'ignorer ce problème pour l'instant. Il sera examiné en détail dans la seconde partie de cette thèse.

En second lieu : Les k paramètres p_{Sj} peuvent être conçus soit comme des grandeurs associées à S qui ne sont pas prises en considération en T (comme ce fut, par exemple, le cas du spin, à l'aide duquel on construisit un développement interne (non causal) (*) de *t.q.*), et alors k n'assume qu'un nombre fini de valeurs entières, soit comme des valeurs non définies en T prises par des grandeurs de S déjà définies en T (comme, par exemple, les valeurs calculées dans la théorie de la double solution [4] pour la quantité de mouvement $\mathbf{p}$ d'un microsystème S dans l'état ψ d'avant la mesure quantique de $\mathbf{p}$ de S), et alors k et l'indice j qui lui correspond peuvent varier dans un domaine constitué par un ensemble de nombres de la puissance du continu. Dans ce dernier cas, puisque T et T′ sont des théories statistiques, l'appartenance des $p_{S,j}$ à T′ mais non à T s'exprime sur le plan statistique par lexistence en T′ de distributions inexistantes en T, pour les grandeurs auxquelles les valeurs $p_{S,j}$ sont associées.

En tenant compte à la fois des critères (Csc) et (Cs $\rightarrow$ c) et des propriétés possibles de T d'être complète ou incomplète, l'on peut énoncer les conclusions suivantes concernant un éventuel caractère causal du comportement des systèmes S :

I — Admettons que T satisfait à (Csc). Il est alors évident qu'on doit considérer que le comportement des systèmes S possède un caractère causal.

(*) Voir p. 11. la définition du terme.

T est en ce cas complète (à priori un système ne peut pas être décrit plus complètement qu'il l'est par une théorie qui satisfait à (Csc).

II — Admettons maintenant que T ne satisfait pas au critère (Csc). Examinons alors séparément les différents cas possibles :

II-1 — T est incomplète. Ceci implique qu'il est possible de construire au moins une théorie statistique T′ différente de T, qui décrive les mêmes systèmes S que T, mais qui soit complète, donc dans laquelle il soit fait usage d'un ensemble de l paramètres $p^{T'}_{S,i}$ $(1 \leqslant i \leqslant l)$ représentant exhaustivement la réalité physique constituée par un système S et les systèmes pouvant intéragir avec S. Nommons cette théorie T′ *une correspondante complète de* T.

Faisons ici la remarque suivante : il est évident qu'il existera en T′ des éléments descriptifs — paramètres et distributions — qui n'existent pas en T, et qui seront donc « cachés » *par rapport à la théorie* T. Mais cette manière d'avoir un caractère caché ne tient évidemment qu'au rapport formel entre les deux théories T en T′, étant par ceci du domaine de la syntaxe logique pure, et appartenant à la même famille de notions que les critères (Csc) et (Cs → C) : *Elle n'implique absolument rien en ce qui concerne les aspects de la réalité physique représentés par les éléments descriptifs de* T′ *qui par rapport à* T *sont cachés.* Or, lorsqu'on dit de certains éléments descriptifs — paramètres et distributions — d'une théorie statistique qu'ils sont « cachés », on attribue très souvent à cette expression le sens que les aspects de la réalité que ces éléments décrivent ne peuvent pas être définis expérimentalement, opérationnellement, et que, par conséquent, ces aspects de la réalité physique sont dépourvus d'existence objective. Mais en ce second sens le caractère caché n'appartient plus, en fait, aux éléments descriptifs eux-mêmes et à ceux-ci exclusivement, il est cette fois intrinsèque aux aspects de la réalité physique que ces éléments descriptifs représentent, et de ce fait il relève d'un ordre de faits essentiellement différent de celui de la syntaxe logique pure. En dépit de cette si profonde différence de nature, presque une opposition, entre les deux sens de l'expression « caractère caché », on a tendance à considérer ce qui n'est qu'une homonymie, comme une véritable identité, et à confondre les deux sens. Afin d'éviter cette confusion, nous distinguerons toujours en ce qui suit entre « caractère caché par rapport à une théorie T donné, d'éléments descriptifs d'une théorie T′ » et « caractère caché d'aspects de la réalité physique ».

Revenons maintenant à notre idée principale : l'hypothèse que T n'est pas complète implique donc la possibilité de construire au moins une théorie complète T′ des systèmes S.

Aucune restriction n'est imposée au système de postulats de T′. En général ce système n'est pas identique à celui de T, bien qu'il soit évidemment nécessaire d'admettre que tout résultat qui peut être établi en T doit pouvoir l'être en principe en T′ aussi. Dans le cas particulier où le système de postulats de T′ est identique à celui de T, nous dirons des éléments descriptifs de S — paramètres et distributions — qui interviennent en T′ sans exister en T, qu'ils sont *de type* T (compatibles logiquement avec le système de postulats de T). En ce cas nous nommerons la théorie T′ *un développement interne de* T. Si T′ satisfait en plus à (Csc) elle est *un développement interne causal de* T, dans le cas contraire elle est *un développement interne non-causal de* T. (Le critère (Cs → c) consiste donc dans le fond à exiger la possibilité de construction d'un développement interne causal de T).

Qu'elle soit ou non un développement interne de T, T′ peut se trouver dans les deux cas suivants :

II-1.1 — T′ satisfait à (Csc). T′ nous ramène alors au cas I, et on doit donc considérer que le comportement des systèmes S a un caractère causal. En ce cas T′ peut encore être nommée une *interprétation causale de* T. Le fait que T ne satisfait pas à (Csc) doit alors évidemment être attribué exclusivement au caractère incomplet de T, et considéré comme dépourvu de tout correspondant dans le comportement physique des systèmes S, puisque la non-satisfaction à (Csc) a pu être levée intégralement par la construction d'un correspondant complet T′ de T. (Toutes les théories statistiques classiques appartiennent soit à la catégorie I, soit à la catégorie II-1.1 car on y admet *par postulat* que les systèmes décrits se comportent de façon causale).

Si T possède une structure formelle qui satisfait à (Cs → c), il se peut que la théorie T′ considérée plus haut soit un développement interne causal de T. Le fait s'il en est effectivement ainsi ou non est décidé, conformément aux définitions que nous avons introduites, par la compatibilité logique du système de postulats de T, avec les paramètres cachés par rapport à T introduits en T′ et les autres éléments descriptifs de T′ cachés par rapport à T que ces paramètres engendrent. A priori, même si T satisfait au critère (Cs → c), il est parfaitement possible que pour des raisons soit arbitraires, soit imposées par la réalité physique décrite par T et T′, le choix des paramètres cachés par rapport à T introduits en T′ soit tel que T′ ne soit pas un développement interne (causal) de T.

II-1.2 — La théorie T′ considérée ne satisfait pas à (Csc). Ce fait, associé au caractère complet de T′, exprime l'existence d'un caractère non-causal du comportement des systèmes S. En ce cas la structure non-causale de T ne provient plus exclusivement du caractère incomplet de T, mais elle a aussi des sources dans le comportement physique des systèmes S. Évidemment, dans un tel cas une description correcte des systèmes S satisfaisant à (Csc) n'est pas concevable.

Ajoutons qu'en ce cas encore T′ peut être ou non un développement interne (non-causal) de T, ceci étant décidé par les mêmes circonstances que celles mentionnées au point II-1.1.

II-2 — T est complète. Cela signifie, comme au point II-1.2, que le comportement des systèmes S a un caractère non-causal et donc qu'une structure formelle non-causale est une caractéristique essentielle de toute théorie qui décrit les systèmes S correctement. Mais en ce cas, contrairement à ce qui se passait au point II-1.2, la structure non-causale de T ne provient plus partiellement du caractère incomplet de T, elle constitue *intégralement* l'expression formelle en T d'un caractère non-causal du comportement physique des systèmes S.

La discussion précédente met en évidence le fait que la non-satisfaction de (Csc) par une théorie statistique T peut exprimer tout aussi bien un caractère incomplet de T qu'un caractère non-causal du comportement physique des systèmes décrits par T. Pour rendre l'expression plus uniforme considérons que dans les cas I et II-2 il existe aussi une correspondante complète T′ de T, qui se trouve avec T dans la relation limite $T' \equiv T$. On peut alors conclure de l'examen des cas I, II-1.1, II-1.2 et II-2 que la construction d'une correspondante complète T′ de T permet de séparer et d'éliminer la partie des raisons pour lesquelles T ne satisfait pas à (Csc) qui consiste dans un caractère incomplet de T. Car si la correspondante complète T′ ne satisfait pas non plus à (Csc), ceci constitue l'expression formelle d'un caractère non-causal du comportement physique des systèmes décrits par T et T′. Mais si T′ satisfait à (Csc), il résulte que la non-satisfaction de (Csc) par T est due exclusivement à un caractère incomplet de T, par conséquent, que le comportement physique des systèmes S décrits par T et T′ possède un caractère causal. L'on obtient ainsi un *critère de comportement causal des systèmes S* (Ccc) :

(Ccc) Le fait que toute correspondante complète T′ d'une théorie statistique T satisfait au critère (Csc) constitue l'expression sur le plan formel de l'existence d'un caractère causal du comportement physique des systèmes décrits par T et T′.

En principe, le critère (Ccc) offre un procédé qui permet de trancher la question du caractère causal du comportement physique des systèmes décrits par une théorie statistique T. Mais il est évident que ce critère est très difficile à utiliser dans la pratique.

Une première manière de l'utiliser, très laborieuse, consiste à construire effectivement une correspondante de T qui satisfasse à (Csc), donc complète. Pour le cas particulier où la théorie statistique considérée est *t.q.*, ceci fut tenté d'abord (1926) par M. de Broglie [2]. En 1952 M. Bohm reprit, en essence, la tentative mentionnée, qui depuis lors se développa constamment [4-12, etc.] et actuellement s'impose de plus en plus. D'autre part M. Weitzel [13] et M. Ianossi [17] firent des tentatives dont le contenu est essentiellement différent de celui des tentatives mentionnées plus haut, mais qui par rapport à (Ccc) se situent néanmoins dans la même catégorie logique.

Un autre façon possible de faire usage de (Ccc) consisterait à démontrer qu'il est en principe possible de construire une correspondante complète de T qui satisfasse à (Csc).

Enfin, on peut tenter aussi de démontrer qu'il est impossible de construire une correspondante complète de T qui satisfasse à (Csc). C'est dans cette tentative, appliquée au cas de *t.q.*, que consiste d.N.

Ainsi se trouve rigoureusement définie la position qu'occupe d.N. dans le cadre général du problème du caractère causal du comportement des microsystèmes.

En même temps, la structure logique de ce problème général lui-même, — bien qu'elle soit déjà bien connue pour avoir été analysée amplement et finement par divers auteurs, notamment par M. Jean-Louis Destouches [18, 19] et par M^me Paulette Février [20-22] — se trouve néanmoins exprimée, à l'aide des notions introduites dans ce paragraphe, sous une forme particulièrement appropriée pour tenir le rôle d'un système de référence au cours des analyses qui suivent.

4 — ANALYSE DE d.N.

Analysons maintenant d.N. A cette fin examinons d'abord successivement les étapes ε_1, ε_2 et ε_3 de d.N., définies au paragraphe 2. Ceci nous permettra ensuite de formuler sur d.N. une conclusion d'ensemble.

4.*a* — L'étape ε_1 de d.N.

L'énoncé ($\varepsilon_1 \cdot 1$) n'exprime pas rigoureusement (intégralement) le sens qui est imparti à cet énoncé par la manière dont on l'a établi. En effet, on obtient ($\varepsilon_1 \cdot 1$) en portant dans (α) la forme (T*r.*) de la fonction Exp ($\mathfrak{R}$). Or, la forme (T*r.*) de Exp ($\mathfrak{R}$) est caractéristique des ensembles quantiques, ou, plus généralement, des ensembles de type quantique, car, pour l'établir, on a fait usage des postulats I et II spécifiques de *t.q.* Donc l'énoncé qui correspond strictement au sens qu'impartit à la conclusion ($\varepsilon_1 \cdot 1$) le raisonnement duquel celle-ci résulte, est le suivant :

($\varepsilon_1 \cdot 1$)′ Il n'existe pas d'ensemble de type quantique sans dispersion.

Dans le fond ($\varepsilon_1 \cdot 1$) n'est qu'une manière d'exprimer que *t.q.* ne satisfait pas au critère ($Cs \to c$).

L'énoncé ($\varepsilon_1 \cdot 2$) lui non plus, n'exprime pas avec exactitude le sens qui dérive pour cet énoncé de sa déduction. En effet, von Neumann obtient ($\varepsilon_1 \cdot 2$) en admettant qu'un ensemble d'opérateur statistique U (donc un ensemble quantique ou de type quantique) satisfait à la condition d'homogénéité (β); mais pour exprimer ceci il introduit dans (β) la forme (T*r*.) de Exp ($\mathfrak{R}$) pour *tous les Exp.* (pas seulement pour Exp, mais aussi pour Exp′ et Exp″). La forme (T*r*.) de Exp ($\mathfrak{R}$) étant, comme nous l'avons mis en évidence, caractéristique des ensembles de type quantique, cela signifie que von Neumann ne prend en considération que le cas spécial de décomposabilité d'un ensemble de type quantique en deux autres ensembles *eux aussi de type quantique*. Donc l'énoncé qui exprime rigoureusement le sens imprimé à la conclusion ($\varepsilon_1 \cdot 2$) par les opérations qui conduisent à cette conclusion, est le suivant :

($\varepsilon_1 \cdot 2$)′ Il existe des ensembles quantiques — à savoir ceux et uniquement ceux pour lesquels $U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$ — qui ne sont pas décomposables en deux autres ensembles *de type quantique* différents de l'ensemble initial et entre eux. Ces ensembles ne sont pas exempts de dispersion eux non plus, conformément à ($\varepsilon_1 \cdot 1$)′.

En relativisant le terme « homogène » défini par (β), les ensembles quantiques pour lesquels $U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$ peuvent être qualifiés d'« *homogènes par rapport aux ensembles de type quantique* ». De toute façon, dans l'étape ε_1 de d.N., *seule* la propriété énoncée par ($\varepsilon_1 \cdot 2$)′ se trouve en fait démontrée pour les ensembles quantiques dont $U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$. Il n'est *pas* démontré en ε_1, que ces ensembles remplissent la condition (β) d'homogénéité dans toute sa généralité. Par conséquent le fait que von Neumann nomme néanmoins ces ensembles « homogènes », sans utiliser aucun qualificatif restrictif, équivaut à l'adoption implicite d'une nouvelle définition de l'homogénéité d'un ensemble statistique, restreinte par rapport à (β), et précisément de façon à rendre le terme « homogène » synonyme de « non-décomposable en ensembles de type quantique ». Avec une telle nouvelle définition, la seconde conclusion de ε_1 peut en effet être exprimée rigoureusement par l'énoncé ($\varepsilon_1 \cdot 2$), mais, en ce cas encore, son sens serait celui exprimé par ($\varepsilon_1 \cdot 2$)$'$. Tandis que si l'on maintient la définition (β) de l'homogénéité, la seconde conclusion de ε_1 ne peut pas être exprimée par ($\varepsilon_1 \cdot 2$) mais seulement par ($\varepsilon_1 \cdot 2$)$'$ et les ensembles quantiques dont $U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$ ne peuvent pas êtres nommés homogènes tout court. Malgré cela, afin de conserver ici la terminologie de von Neumann, nous continuerons à appeler homogènes les ensembles quantiques dont $U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$, mais en gardant cependant présentes à l'esprit les remarques précédentes.

($\varepsilon_1 \cdot 2$)$'$ exprime directement le fait que *t.q.* ne satisfait pas au critère ($Cs \rightarrow c$).

Donc les énoncés exacts des deux conclusions établies par von Neumann dans l'étape ε_1 de sa démonstration ne sont pas ($\varepsilon_1 \cdot 1$) et ($\varepsilon_1 \cdot 2$) mais ($\varepsilon_1 \cdot 1$)$'$ et ($\varepsilon_1 \cdot 2$)$'$, qui expriment tous les deux le fait que *t.q.* possède une structure formelle qui ne peut pas être rendue causale.

4.*b* — **L'étape ε_2 de** d.N.

Cette étape est le résultat immédiat de la confrontation de (Ccc) avec les conclusions de ε_1 concernant *t.q.* Puisque, conformément à ($\varepsilon_1 \cdot 1$)$'$ (ou à ($\varepsilon_1 \cdot 2$)$'$) *t.q.* ne satisfait pas au critère ($Cs \rightarrow c$), elle ne satisfait non plus au critère (Csc) et donc — dans l'hypothèse provisoire que des paramètres cachés (par rapport à *t.q.*) associés au comportement des microsystèmes n'existent pas — les microphénomènes possèdent un caractère non-causal.

L'étape ε_2 est correcte, mais seulement — il faut souligner ce point — dans le cas où l'on considère que l'hypothèse provisoire qu'elle contient concerne *tous* les paramètres cachés par rapport à *t.q.* concevables. S'il n'en était pas ainsi, cette hypothèse ne pourrait pas garantir la conclusion de ε_2, que les microsystèmes se comportent d'une façon non-causale, car, dès qu'une condition restrictive quelconque est imposée aux paramètres que l'hypothèse de ε_2 concerne, ceci maintient logiquement non-éliminée la possibilité de construire une interprétation causale de *t.q.* à l'aide de paramètres ne se soumettant pas à cette condition restrictive.

4.*c* — **L'étape ε_3 de** d.N.

L'étape ε_3 de d.N. a pour but de démontrer la vérité de l'hypothèse provisoirement admise en ε_2.

La structure explicite de ε_3 peut être distinguée de sa structure implicite. Examinons-les donc séparément.

4.*c*.1 — LA STRUCTURE EXPLICITE DE L'ÉTAPE ε_3 DE d.N.

Nous montrerons maintenant que la forme explicite de l'étape ε_3 de d.N. est erronée.

Il est utile pour l'analyse qui suit de transcricre d'abord ε_3 sous une forme schématique :

ε_3 consiste en fait en deux réductions à l'absurde, que nous noterons R_1 et R_2, de l'hypothèse provisoirement admise en ε_1, et en un raisonnement final que nous noterons R_3.

Les voici :

(R_1) ($R_1 \cdot 1$) Par définition un ensemble quantique (*) homogène ($U = P_{[\phi]}, \|\phi\| = 1$) n'est pas décomposable (**) en deux ensembles différents entre eux et de l'ensemble initial ((β), ($\varepsilon_1 \cdot 2$)).

($R_1 \cdot 2$) Il existe des paramètres cachés associés au comportement des microsystèmes. (Négation de l'hypothèse povisoirement admise en ε_2).

($R_1 \cdot 3$) Il s'ensuit de ($R_1 \cdot 2$) qu'un ensemble quantique dont $U = P_{[\phi]}, \|\phi\| = 1$ (avec dispersion) peut être décomposé (**) en ensembles sans dispersion (***), donc aussi en deux tels ensembles différents entre eux et de l'ensemble initial.

($R_1 \cdot 4$) La conséquence ($R_1 \cdot 3$) de ($R_1 \cdot 2$) contredit ($R_1 \cdot 1$). Donc ($R_1 \cdot 2$) ne peut pas être acceptée.

(R_2) ($R_2 \cdot 1$) Il n'existe pas d'ensemble sans dispersion ($\varepsilon_1 \cdot 1$).

($R_2 \cdot 2$) $\equiv$ ($R_1 \cdot 2$) Il existe des paramètres cachés associées au comportement des microsystèmes. (Négation de l'hypothèse provisoirement admise en ε_2).

($R_2 \cdot 3$) Il s'ensuit de ($R_2 \cdot 2$) que par décomposition (**) d'un ensemble quantique homogène (****) l'on obtient des ensembles sans dispersion (***).

($R_2 \cdot 4$) La conséquence ($R_2 \cdot 3$) de ($R_2 \cdot 2$) contredit ($R_2 \cdot 1$). Donc ($R_2 \cdot 2$) ne peut pas être acceptée.

(*) Voir note (*) p. 6.
(**) Voir note (*) p. 4.
(***) Donc en ε_3 on envisage seulement le cas spécial où la correspondante complète présumée de *t.q.* satisfairait à (C s c).
(****) Voir commentaire de l'énoncé ($\varepsilon_1 2$)′, p. 14-15.

Mais,

(R_3) Conformément à ($R_1 \cdot 4$) et ($R_2 \cdot 4$), il est démontré que l'hypothèse admise provisoirement en ε_2 est vraie. La conclusion de ε_2 que le comportement des microsystèmes est non-causal se trouve donc validée.

Analysons ($R \cdot 1$).

($R_1 \cdot 1$) correspond à ($\varepsilon_1 \cdot 2$). Or, nous avons établi qu'en ε_1 ce n'est pas la vérité de ($\varepsilon_1 \cdot 2$) qui est démontrée, mais la vérité de ($\varepsilon_1 \cdot 2$)'. Donc, pour que la vérité de la conclusion de (R_1) soit garantie il est nécessaire que la proposition ($R_1 \cdot 1$) qui constitue une prémisse de (R_1) soit remplacée par une proposition ($R_1 \cdot 1$)' dont le sens corresponde rigoureusement à ($\varepsilon_1 \cdot 2$)' :

($R_1 \cdot 1$)' Un ensemble quantique dont $U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$ (avec dispersion) n'est pas décomposable en deux autres ensembles de type quantique différents entre eux et de l'ensemble initial.

Or, *avec* ($R_1 \cdot 1$)' (R_1) *n'est plus valide.*

En effet, ($R_1 \cdot 2$) est vraie par hypothèse, et la vérité de la proposition ($R_1 \cdot 3$) est démontrée elle aussi ([1] p. 324, ast. 173). Mais ($R_1 \cdot 3$) ne contredit pas ($R_1 \cdot 1$)'. Donc l'assertion ($R_1 \cdot 4$) que ($R_1 \cdot 2$) ne peut pas être acceptée ne résulte plus de (R_1). Par conséquent, contrairement à (R_3), la conclusion provisoire de ε_2 que le comportement des microsystèmes possède un caractère non-causal, n'est pas confirmée par (R_1).

La source de la non-contradiction entre ($R_1 \cdot 3$) et ($R_1 \cdot 1$)' est de façon évidente la suivante :

La décomposabilité affirmée en ($R_1 \cdot 3$) a une sphère logique plus étendue que la décomposabilité niée en ($R_1 \cdot 1$)'.

En effet, examinons d'abord ($R_1 \cdot 3$).

(R_1) est la réduction à l'absurde de ($R_1 \cdot 2$) qui est la négation de l'hypothèse admise provisoirement en ε_2. Cette hypothèse devant concerner (pour que ε_2 soit correcte) *tous* les paramètres cachés (par rapport à *t.q.*) concevables, sa négation ($R_1 \cdot 2$) doit concerner elle aussi tous les paramètres cachés (par rapport à *t.q.*) concevables. Or, il est évident que ces paramètres ne sont pas nécessairement tous de type quantique (compatibles avec le système de postulats de *t.q.*, en particulier, distribués selon les postulats quantiques de distribution) (*). Au contraire, dans le cas général, ces paramètres ne sont

(*) Voir la seconde partie de la thèse. Un exemple concret est fourni d'ailleurs par la théorie de la double solution [4], les paramètres cachés — par rapport à *t.q.* — qui y sont définis étant de type non-quantique, distribués d'une façon non prévue par le postulat généralisé de Born.

définissables qu'à l'intérieur d'une correspondante complète $(t.q.)'$ de $t.q.$ qui n'est pas un développement interne de $t.q.$, dont le système de postulats n'est pas identique à celui de $t.q.$ Et c'est à l'intérieur de cette correspondante complète $(t.q.)'$ de $t.q.$, et non pas en $t.q.$ même, que ces paramètres peuvent engendrer — par décomposition des ensembles quantiques homogènes *par rapport aux ensembles de type quantique* ($U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$) — des ensembles sans dispersion de type non-quantique, et ceci seulement *si* la correspondante complète $(t.q.)'$ de $t.q.$ obtenue se trouve être en plus une interprétation causale de $t.q.$, ce qui ne lui est nullement imposé à priori par $(R_1 \cdot 2)$. (Car, en fait, $(R_1 \cdot 2)$ n'implique pas nécessairement $(R_1 \cdot 3)$, comme on l'admet en R_1. Mais puisque $(R_1 \cdot 2)$ permet l'existence de paramètres absolument quelconques cachés par rapport à $t.q.$, elle permet aussi, en particulier, l'existence de paramètres tels que la décomposabilité $(R_1 \cdot 3)$ se réalise. $(R_1 \cdot 3)$ est donc bien une conséquence possible (bien que non nécessaire) de $(R_1 \cdot 2)$, ce qui suffit pour (R_1), car si cette conséquence possible $(R_1 \cdot 3)$ de $(R_1 \cdot 2)$ contredisait effectivement $(R_1 \cdot 1)'$ alors $(R_1 \cdot 4)$ serait vraie. L'imprécision signalée dans cette parenthèse est donc sans importance pour la validité de d.N., le fait qui vicie (R_1) n'étant que la non-contradiction entre $(R_1 \cdot 3)$ et $(R_1 \cdot 1)'$). Telle est la décomposabilité affirmée en $(R_1 \cdot 3)$. Comme cette décomposabilité est l'une des conséquences possibles de l'hypothèse $(R_1 \cdot 2)$ qui concerne des paramètres *dont le type logique n'est soumis à aucune restriction*, et comme elle doit être envisagée en général à l'extérieur de $t.q.$, il est clair que la possiblité de son existence ne peut pas être éliminée par une propriété déduite exclusivement de la structure formelle de $t.q.$, qu'elle ne peut pas être incompatible avec une telle propriété. Or, $(R_1 \cdot 1)'$ est précisément une telle propriété.

En effet, examinons maintenant $(R_1 \cdot 1)'$.

La décomposabilité niée en $(R_1 \cdot 1)'$ exprime la propriété formelle possédée par la structure de la théorie des microsystèmes nommée $t.q.$, de ne pas satisfaire au critère $(Cs \rightarrow c)$. Or, cette propriété formelle n'indique absolument rien concernant l'existence ou l'inexistence d'aspects de la réalité microphysique susceptibles d'être décrits à l'aide de paramètres cachés par rapport à $t.q.$ L'unique fait effectivement affirmé par $(R_1 \cdot 1)'$ est que, si les paramètres mentionnés existent, il n'est pas possible qu'ils soient de type quantique (*).

On voit donc que la décomposabilité affirmée par $(R_1 \cdot 3)$ a en effet une sphère logique plus étendue que la décomposabilité niée par $(R_1 \cdot 1)'$. C'est là que se trouve la source de la non-contradiction entre $(R_1 \cdot 3)$ et $(R_1 \cdot 1)'$.

(*) Voir 4.*c*.2, la discussion de H_i.

Concernant la réduction à l'absurde (R_2) on peut formuler des considérations parfaitement analogues à celles que nous venons de faire concernant (R_1) :

($R_2 \cdot 1$) est ($\varepsilon_1 \cdot 1$). Or, nous avons montré que ce n'est pas la vérité de ($\varepsilon_1 \cdot 1$) qui est démontrée en ε_1, mais celle de $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$. Donc, pour que la vérité de la conclusion de (R_2) soit garantie il est obligatoire de substituer à ($R_2 \cdot 1$) une proposition $(R_2 \cdot 1)'$ qui soit $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$. Mais *avec* $(R_2 \cdot 1)' \equiv (\varepsilon_1 \cdot 1)'$ (R_2) *n'est plus valide*, car ($R_2 \cdot 3$) ne contredit pas ce $(R_2 \cdot 1)'$, et la conclusion ($R_2 \cdot 4$) que la proposition $(R_2 \cdot 2) \equiv (R_1 \cdot 2)$ ne peut pas être acceptée ne résulte donc pas de (R_2) non plus. Il s'ensuit — contrairement à (R_3) — que la conclusion provisoire de ε_2 que les microsystèmes se comportent de façon non-causale n'est pas confirmée par R_2 non plus.

Mutatis mutandis, les considérations faites plus haut pour identifier la signification de la non-contradiction entre ($R_1 \cdot 3$) et $(R_1 \cdot 1)'$, expriment en même temps la signification de la non-contradiction entre ($R_2 \cdot 3$) et $(R_2 \cdot 1)'$:

Les ensembles sans dispersion que peut engendrer la décomposition (*) d'un ensemble quantique dont $U = P_{[\phi]}$, $\| \phi \| = 1$ selon les valeurs d'éventuels paramètres cachés par rapport à *t.q.* associés au comportement des microsystèmes, ne doivent en général être définissables qu'à l'intérieur d'une correspondante complète $(t.q.)'$ de *t.q.* qui n'est pas nécessairement un développement interne de *t.q.*, et l'existence de ces ensembles ne serait donc nullement en contradiction avec l'inexistence démontrée en ε_1 d'ensembles de type quantique qui soient sans dispersion.

Ainsi, quand on reconstruit rigoureusement ε_3 à l'aide des correspondantes de ($\varepsilon_1 \cdot 1$) et ($\varepsilon_1 \cdot 2$) qui sont effectivement prouvées en ε_1, la force probante de l'étape ε_3 de d.N. se dissout, et il apparaît clairement que ε_3, donc d.N., n'imposent en fait nullement la conclusion que le comportement des microsystèmes possède un caractère non-causal.

4.*c*.2 — La structure implicite de d.N.

Nous venons de conclure dans le paragraphe précédent que d.N. n'est pas valide, en conséquence du fait que l'étape ε_3 qu'elle contient n'est pas concluante.

Au moins, dans sa forme explicite.

Cette dernière restriction doit en effet être envisagée, car, s'il est possible que le caractère non-concluant (**) démontré provienne d'une erreur logique

(*) Voir note (*) p. 4.

(**) Pour abréger, à la place de l'expression «caractère non-concluant » nous utiliserons dorénavant le mot « inconcluance ».

proprement dite, inamovible, il est également possible à priori qu'il puisse être levé par la simple prise en considération d'une assertion qui complète implicitement les prémisses explicites de d.N. Mais il est évident que si une telle assertion existe, pour qu'elle puisse effectivement lever l'inconcluance de d.N., il est nécessaire que sa vérité soit garantie de quelque façon, logiquement ou expérimentalement.

Montrons maintenant que dans le cas de d.N. il existe effectivement une prémisse supplémentaire implicite, mais qui ne lève pas l'inconcluance de d.N. démontrée au paragraphe précédent.

En effet, von Neumann exprime d'abord les conclusions de ε_1 au moyen des énoncés $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)$, au lieu de les exprimer au moyen des énoncés $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$, ensuite il prolonge ces imprécisions en ε_3, en posant comme prémisses de ses déductions $(R_1 \cdot 1)$ et $(R_2 \cdot 1)$ au lieu de $(R_1 \cdot 1)'$ et $(R_2 \cdot 1)'$, et enfin, il considère $(R_1 \cdot 3)$ et $(R_1 \cdot 1)$ comme incompatibles, de même que $(R_2 \cdot 3)$ et $(R_2 \cdot 1)$. La cohérence de l'ensemble que forment ces caractéristiques de d.N. met clairement en évidence le fait qu'il ne s'agit pas ici d'un simple manque de rigueur dans l'expression, mais qu'il existe une hypothèse implicitement admise au cours de toute la démonstration, et qui explique unitairement toutes ces caractéristiques. Cette hypothèse implicite, que nous noterons (H_i), est la suivante :

(H_i) (*) Des paramètres cachés par rapport à *t.q.*, de type non-quantique, associés au comportement des microsystèmes, n'existent pas.

On voit tout de suite que (H_i) explique en effet unitairemenet toutes les caractéristiques mentionnées de d.N. : avec (H_i), qui exclut l'existence d'ensembles de type non-quantique associés aux microsystèmes ((qui par définition ne pourraient être engendrés que par des paramètres de type non-quantique) les énoncés$(\varepsilon_1 \cdot 2$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ deviennent identiques, donc les énoncés $(R_1 \cdot 1)$ et $(R_1 \cdot 1)'$ deviennent équivalents, exprimant tous les deux l'inexistence d'un développement interne de *t.q.*; quant à $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$, cet énoncé ne peut plus s'appliquer qu'à des paramètres de type quantique, et par ceci sa conséquence $(R_1 \cdot 3)$ devient l'affirmation de l'existence d'un développement interne de *t.q.* (notamment, causal) (**) ce qui est en effet incompatible avec la première prémisse de (R_1). De façon analogue, avec

(*) Feyerabend [15] considère une proposition autre que H_i comme constituant une hypothèse admise implicitement par von Neumann, mais pour des raisons exposées au paragraphe 6.*d*, son opinion ne peut pas être acceptée.

(**) Voir note (***) p. 16.

(H_i), $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$, donc $(R_2 \cdot 1)$ et $(R_2 \cdot 1)'$, deviennent équivalents et incompatibles avec $(R_2 \cdot 3)$. (Ces effets de l'acceptation de (H_i) mettent en évidence le fait certain et assez évident que *t.q.* ne satisfaisant pas au critère $(Cs \rightarrow c)$ — l'existence de paramètres cachés du type spécial quantique, et qui, en plus, permettent la construction d'un développement interne de *t.q.* qui soit causal, est incompatible avec *t.q.*)

Mais l'hypothèse (H_i) explicitée plus haut, bien qu'existante, ne permet pas de lever l'incluance de ε_3, et donc elle ne fournit pas un équivalent correct de d.N., car la vérité de (H_i) n'est imposée par rien. En effet :

En premier lieu, la vérité de (H_i) n'est imposée par aucun principe connu exprimant directement une réalité expérimentale. En particulier, elle n'est pas imposée par le principe d'incertitude : les paramètres cachés par rapport à *t.q.* et de type non-quantique, introduits par la théorie de la double solution pour représenter les valeurs de la quantité de mouvemnt **p** d'un microsystème dans un état ψ d'avant la mesure quantique de **p**, par exemple, ne sont nullement incompatibles avec les relations d'incertitude [4], [5]. Mais qui plus est, il résulte dans la seconde partie de cette thèse (*) que les paramètres que nous venons d'indiquer, ou bien des paramètres représentant les valeurs de la quantité de mouvement d'un microsystème dans les mêmes circonstances, mais qui seraient distribués de n'importe quelle autre manière non-quantique concevable, bien qu'ils aient la propriété *formelle* d'être cachés *par rapport à t.q.*, peuvent néanmoins décrire des aspects physiques d'un microsystème qui, eux, ne sont pas cachés *expérimentalement*, mais qui sont au contraire susceptibles d'être mis en évidence expérimentalement, d'être définis objectivement, *opérationnellement, et ceci sans que le fait exprimé par les relations d'incertitude y fasse obstacle.*

Il reste alors à voir si la vérité de (H_i), bien qu'elle ne soit pas imposée directement par un principe exprimant une réalité expérimentale, n'est pas imposée néanmoins par quelque déduction reposant sur de tels principes. Or, ce n'est pas le cas : la vérité de (H_i) n'est pas démontrée dans les étapes ε_1 et ε_2 de d.N. et, de surcroît, il est tout de suite visilbe que (H_i) est d'une nature telle que sa vérité n'est même pas *démontrable à l'intérieur* du système logique dans lequel est effectuée d.N. (postulats A', B', I et II, définitions (α) et (β)) (**).

La vérité de (H_i) n'est donc garantie d'aucune façon, ce qui élimine la possibilité de lever l'inconcluance de ε_3 et, partant, de d.N., par la prise en considération explicite de (H_i). Il s'ensuit donc, définitivement, que la

(*) Voir la seconde partie de la thèse, §.5.
(**) Voir §.2.

conclusion de ε_3, à savoir que $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ ne peut pas être accepté, est déduite faussement, et que d.N. est erronée.

Il faut encore remarquer ceci : (H_i) consiste précisément à affirmer partiellement la conclusion qui forme l'objet de ε_3. Donc *l'acceptation en ε_3 de (H_i), sans qu'elle soit imposée par l'expérience, ni préalablement démontrée, non seulement ne lève pas l'inconcluance de ε_3, mais lui imprime en plus le caractère d'une pétition de principe.*

Cette pétition de principe, qui fut effectivement faite par von Neumann, peut être regardée comme l'expression de sa conviction méta-logique qu'une théorie de type non-quantique des microsystèmes ne peut pas exister. Cette conviction focalisa l'attention de von Neumann exclusivement sur le fait que l'existence de paramètres de type quantique cachés par rapport à *t.q.* contredit *t.q.*, et par là le rendit incapable de saisir le problème d'un comportement causal des microsystèmes dans toute sa généralité. Ainsi il n'aperçut pas la circonstance que le fait même de poser le problème de l'existence de paramètres cachés par rapport à *t.q.*, associés aux microsystèmes, *oblige* d'admettre à priori la possibilité de devoir transgresser le cadre logique de *t.q.*

4.*d* — Conclusion d'ensemble concernant d.N.

Il résulte des analyses précédentes que d.N. ne fait que mettre en évidence qu'il n'existe pas de paramètres cachés par rapport à *t.q.* associés aux microsystèmes, et qui soient de type quantique. Mais la même situation se réalise pour *toute* théorie statistique qui ne satisfait pas au critère $(Cs \to c)$ (cette non-satisfaction constitue une propriété qui indique « un caractère complet » purement formel, intrinsèque, d'une théorie), et ce fait ne contient aucune information concernant le caractère causal ou non-causal du comportement physique des systèmes décrits, de sorte qu'il n'élimine nullement la possibilité d'un caractère causal de ce comportement. (Par exemple, bien que la théorie des processus Markov ait une structure qui ne satisfait pas à $(Cs \to s)$ (*) et que par conséquent il n'existe pas de paramètres cachés (par rapport à cette théorie) de type Markov attachés aux systèmes qui subissent des processus Markov, il est néanmoins généralement accepté que ses systèmes peuvent se comporter de façon causale). Donc, *en tant que démonstration du caractère non-causal des microphénomènes*, d.N. *est erronée.*

(*) Fenyes [14] a mis en évidence l'existence d'une analogie formelle complète ente *t.q.* et la théorie des processus Markov.

En ce qui concerne ce caractère, d.N., lorsqu'on l'analyse, se réduit à l'expression implicite d'un crèdo, associée, d'une manière logiquement fallacieuse, à des éléments rationnels explicites.

5. SUR LA COMPATIBILITÉ DE L'EXISTENCE DE PARAMÈTRES CACHÉS PAR RAPPORT A *t.q.* ASSOCIÉS AUX MICROSYSTÈMES, AVEC UN CARACTÈRE CORRECT DE *t.q.*

Enfin, on pourrait encore poser le problème si d.N., bien qu'elle ne prouve pas l'impossibilité d'une théorie causale des microphénomènes, ne démontre pas néanmoins que toute théorie de ce type serait incompatible avec un caractère rigoureusement correct de *t.q.* En effet, comme il a été montré plus haut, il découle de (R_1) et (R_2) qu'une théorie causale des microphénomènes, si elle existe, n'est sûrement pas un développement interne de *t.q.* Or, une théorie ayant un système de postulats différent de celui de *t.q.*, ne mène-t-elle pas nécessairement à des prévisions différentes de celles de *t.q.* (d'une façon analogue, par exemple, à celle dont les prévisions de la mécanique relativiste diffèrent des prévisions de la mécanique classique) et en ce sens n'est-elle pas incompatible avec un caractère rigoureusement correct de *t.q.*?

D'abord, nous accordant sur ce point avec Bocchieri et Loinger [16] et contrairement à l'opinion exprimée par Heisenberg [23], nous ne voyons aucune raison de principe qui exclue la possibilité d'une équivalance *stricte* entre les résultats obtenus en *t.q.* et ceux obtenus à l'intérieur d'une autre théorie éventuelle des microphénomènes qui aurait un système de postulats différent, même si cette dernière théorie menait à des prévisions plus détaillées en conséquence d'un classement plus fin des microsystèmes en ensembles. De toute façon il n'est nullement évident qu'une telle possibilité doive être exclue, et d.N. ne contenant aucune démonstration spécifique de ce fait, il n'est pas possible de considérer que celui-ci résulte de d.N.

Et en second lieu, le problème nous paraît totalement dépourvu de portée pratique, bien qu'on lui attribue parfois de l'importance, car les prévisions de *t.q.* ne sont pas pleinement satisfaisantes dans le domaine des hautes énergies, ni dans celui des phénomènes nucléaires. Par conséquent, comme *t.q.* n'est pas un dogme, mais une description de la réalité, une éventuelle théorie causale des microphénomènes, pour s'imposer, devra faire des efforts spéciaux pour arriver à s'écarter de *t.q.* quant à la représentation des domaines de réalité mentionnés.

6 — ANALYSE D'OBJECTIONS CONCERNANT d.N. FAITES PAR D'AUTRES AUTEURS

Nous allons maintenant examiner les objections les plus connues concernant d.N., qui ont été faites par d'autres auteurs, notamment les objections de D. Bohm. W. Weitzel, I. Fenyes, P.K. Feyerabend, P. Bocchieri, A. Loinger et L. de Broglie.

6.*a* — L'objection de D. Bohm [3]

Bohm écrit ce qui suit concernant d.N. :

> « His (v. N's) conclusions are subject, however, to the criticism that in his proof he has implicitly restricted himself to an excessively narrow class of hidden parameters and in this way has excluded from consideration precisely those types of hidden parameters which have been proposed in this paper... For ex. von Neumann shows that, if we consider two uncommuting observables, *p* and *q*, it would be inconsistent with usual rules of calculating quantum-mechanical probabilities to assume that there were in the observed system a set of hidden parameters which simultanously determined the results of measurements of position and momentum « observables ». With this conclusion we are in agreement. However, in our conception, the so-called «observables » are not properties of the observed system alone, but instead potentialities whose precise development depends just as much on the observing apparatus as on the observed system. In fact, when we measure the momentum « observable », the final result is determined by hidden parameters in the device as well as by hidden parameters in the observed system... Thus the statistical distribution to be used in calculating averages in a momentum measurement is different from that to be used in calculating averages in a position measurement. Von Neumann's proof that no single distribution of hidden parameters could be consistent with the results of quantum-mechanics is therefore irrelevant here, since in our interpretation of measurements of type that can now be carried out, the distribution of hidden parameters varies in accordance with the mutually exclusive experimental arrangements of matter that must be used in making different kinds of measurements».

Comme il résulte des chapitres précédents, nous nous accordons avec Bohm pour considérer que von Neumann restreint implicitement sa démonstration à une catégorie particulière de paramètres cachés par rapport à *t.q.*, et que par ceci il n'exclut pas correctement la possibilité d'existence d'une théorie causale des microphénomènes (comme, par exemple, la théorie esquissée par Bohm).

Mais on voit, dans le passage cité, que Bohm n'identifie pas correctement la catégorie de paramètres dont d.N. démontre effectivement l'incompatibilité avec *t.q.*, donc ni la catégorie complémentaire à celle-ci, dont d.N. ne démontre pas en fait l'incompatibilité avec *t.q.* En effet, nous avons mis en évidence dans le chapitre 4, §4.*c*.2 que l'*unique* condition, *nécessaire et suffisante*, qui doit être imposée aux paramètres cachés par rapport à *t.q.* auxquels l'affirmation $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ se rapporte, pour qu'il y ait effectivement contradiction entre cette affirmation et les prémisses $(R_1 \cdot 1)'$ et $(R_1 \cdot 2)'$ des réductions à l'absurde (R_1) respectivement (R_2), et pour que, par conséquent, l'affirmation $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ de l'existence de paramètres cachés par rapport à *t.q.* soit prouvée inacceptable, est celle que les paramétres cachés par rapport à *t.q.* envisagés en $(R_1 \cdot 2) \equiv (R_2 \cdot 2)$ soient de type quantique. Inversement donc, l'existence de *tous* les paramètres concevables associés aux microsystèmes et cachés par rapport à *t.q.*, qui ne sont pas de type quantique, est permise par d.N., et ceci, que ces paramètres représentent des propriétés appartenant exclusivement aux microsystèmes, ou bien aussi aux appareils de mesure, ou bien qu'un groupe unique de tels paramètres permette ou non à la fois la prévision de tous les résultats observables par des mesures effectuées sur des microsystèmes. Donc les conditions restrictives concernant d'éventuels paramètres cachés associés aux microphénomènes, qui selon Bohm interviendraient en d.N. d'une façon décisive pour sa validité, en réalité n'y interviennent pas, et sont totalement dépourvues de portée sur la validité de d.N. : l'objection de Bohm n'est pas justifiée, dans le sens qu'elle ne réussit pas à identifier la source de la non-validité de d.N. (*)

6.*b* — L'objection de W. Weitzel [13]

Weitzel écrit ce qui suit concernant d.N. ([13], pp. 256-266) :

> Die Meinung, dass die Quantentheorie eine kausale Interpretation nicht zulasse, stützt sich meist auf eine Untersuchung von Neumann, durch die... lediglich Folgendes bewiesen wird : mit

(*) Quant à la théorie esquissée par Bohm, elle n'est en effet pas incompatible avec d.N., mais pour la seule raison que les paramètres cachés par rapport à *t.q.* introduits par Bohm sont de type non-quantique (voir sa description [3] des processus de mesure).

der Quantentheorie steht in Widerspruch, dass die Vorgange an einem atomaren System sich als gesetzmässig determinierte Veränderungen an verborgenen Parametern beschreiben lassen, welche Eingeschaften des Systems selbst sind. Da die verborgenen Parameter in das atomare System selbst verlegt sind, sind Parameter ausgeschlossen, welche ausserhalb des Systems liegen. Äussere Einwirkungen sind also nicht in Betracht gezogen.

« Wenn man bisher unbekannte äussere Einwirkungen in Betracht zieht, können sie verbogene Parameter enthalten, welche nicht dem atomare System selbst zugehören. Wie Bohm gezeight hat, braucht man nicht einmal auf unbekannte Einwirkungen zurückzugreifen, sondern verborgene Parameter können auch in der Messvorrichtung liegen. Die Meinung, dass die Quantentheorie eine kausale Interpretation nicht zulasse, ist deshalb zweifellos unbewiesen ».

Comme dans l'objection de Bohm discutée précédemment, dans cette objection encore, Weitzel ne sépare pas correctement la catégorie de paramètres cachés par rapport à *t.q.* auxquels d.N. s'applique, de la catégorie de paramètres cachés auxquels d.N. ne s'applique pas. Dès que des paramètres quelconques cachés par rapport à *t.q.* sont d'un type non-quantique, d.N. n'exclut pas la possibilité de construire à leur aide une description causale des microphénomènes, et ceci tout aussi bien lorsque les paramètres considérés appartiennent aux microsystèmes étudiés eux-mêmes, que lorsqu'ils sont extérieurs à ceux-ci, appartenant à des appareils de mesure, ou même, comme dans la théorie de Weitzel, à des systèmes d'une nature inconnue, qui interagiraient avec les systèmes étudiés. Donc l'objection de Weitzel, non plus, n'atteint pas d.N.

6.*c* — L'objection de I. Fenyes [14]

Fenyes démontre d'abord qu'il existe une analogie complète entre la structure formelle de *t.q.* et celle de la théorie des processus Markov (et de la théorie de la diffusion). Ensuite, il remarque ([14] pp. 92 et 93) que, pour démontrer l'inexistence de paramètres cachés, von Neumann utilise exclusivement le formalisme statistique de *t.q.*, que celle-ci possède en commun avec la théorie des processus Markov (et avec la théorie de la diffusion), d'où il déduit que dans la théorie des processus Markov ne peuvent pas intervenir des paramètres qui sont cachés dans le sens implicitement restreint de von Neumann. Il pose alors le problème d'identifier les restrictions qui doivent être contenues dans la définition de von Neumann des paramètres cachés; en réponse à quoi il cite un texte de von Neumann, dont il fait ensuite le commentaire suivant :

« Nach der angeführten Auffassung wären also die verborgene Parameter zu ψ hinzukommende weitere Angaben, welche zusammen mit ψ die kausale Beschreibung des betreffenden Problems geben würden. Es ist ohne weiteres ersichtlich, dass eine *solche* Definition des verborgenen Parameter sich selbst widerspriecht, dass also *solche* verborgene Parameter auch in der Quantenmechanik nicht auftreten können. Da nämlich ψ das System vom statistischen Standpunkte aus charakterisiert, kann es unter keinen Umständen als kausale Zustandsgrösse betrachtet werden. Würde ein solcher Fall vorkommen, so würden wir als Umkehrung des vorigen Problems aus den Zustandsgleichungen die eine kausale Beschreibung bewerkstellingen, und durch Elimination des überflüssigen Parameter, unmittelbar die statistischen Gleichungen erhalten, was offenbar unmöglicht ist. Von Neumann Beweis — wenn richtig gedeutet — besagt lediglich, dass die statistischen Zustandsgrössen nicht zugleich auch als kausale Zustandsgrössen auftreten können. »

Ainsi, contrairement à Bohm et Weitzel, Fenyes identifie correctemet la restriction implicite qui intervient en d.N., et en vertu de laquelle von Neumann n'envisage que des paramètres rattachables directement au formalisme quantique.

D'autre part, le passge cité paraît indiquer en même temps que Fenyes ignore qu'il est en principe concevable — bien qu'il se trouve que ce cas ne soit pas réalisé pour *t.q.* — qu'une théorie statistique à structure formelle non-causale soit complétable de façon à acquérir une structure formelle causale, en d'autres termes, qu'elle satisfasse au critère ($Cs \rightarrow c$). Mais, pour revenir à d.N., la conclusion de Fenyes la concernant est correcte. Malgré cela, elle resta sans écho. Après la parution du mémoire de Fenyes, Weitzel a exprimé oncernant d.N. l'objection injustifiée citée dans le paragraphe précédent, et Feyerabend, bien qu'il ait tiré directement les idées qu'il exprime des remarques de Fenyes concernant d.N., a pu néanmoins manifester une vue entièrement erronée, aussi bien sur d.N. que sur le problème général des paramètres cachés, comme on le montrera plus bas. Ceci pourrait être dû au fait que, la conclusion de Fenyes n'étant pas précédée par un énoncé systématique des relations qui existent entre les divers concepts à l'aide desquels on peut poser le problème général des paramètres cachés, et n'étant pas démontrée par une analyse rigoureuse et exhaustive de la structure intérieure de d.N., mais seulement par des considérations d'un ordre plus général, en quelque sorte extérieures à d.N. ellemême, la vérité de cette conclusion n'apparaît pas comme une nécessité logique irréfutable, et la signification qu'elle possède dans le cadre du problème général des paramètres cachés reste mal définie.

6.*d* — L'objection de P.K. Feyerabend [15]

Feyerabend rappelle d'abord la proposition qui constitue l'objet de d.N. (toute description causale des microphénomènes est incompatible avec *t.q.*) qu'il indique par la notation D, et il reproduit intégralement le cours général de d.N. Il souligne que, contrairement à d'autres auteurs, il considère que les propositions notées par nous ($\varepsilon_1 \cdot 1$) et ($\varepsilon_1 \cdot 2$) — indiquées par lui respectivement par A et B (*) — sont établies correctement par von Neumann, et que ce qui lui paraît contestable, c'est que D résulte effectivement de A et B. Ensuite Feyerabend exprime son objection, qui est en essence la suivante

1. (**) [Les propositions A et B, desquelles von Neumann déduit D, sont vraies pour toute théorie statistique ayant quelque intérêt (par exemple la théorie des jeux de dés ou bien la théorie des gaz), pas seulement pour *t.q.* (***) Donc si D peut en effet être tirée correctement de A et B exclusivement elle doit être vraie pour toute théorie statistique pour laquelle A et B sont vraies. Or, il est évident que pour la théorie des jeux de dés, ou pour la théorie des gaz, D n'est pas vraie. Donc D ne peut pas avoir été déduite exclusivement de A et B, mais une prémisse supplémentaire est intervenue dans la déduction de D]. 2. (**) [Cette prémisse — que Feyerabend note S — consiste dans la supposition qu'une description théorique causale doit toujours mener à des ensembles sans dispersion]. 3. (**) [Mais — dit Feyerabend — S est fausse, car :

> 4 (**) [«... der Determinismus behauptet, dass zeitlich auseinanderhervorgehende Erreignisse eindeutig miteinander verknüpft sind (vorausgesetzt dass sie vollständig beschrieben würden), er sagt aber nichts aus über die Verteilung solcher Erreignisse zu einem bestimmten Zeitpunkt. So etwas wird niemand bezweifeln dass die vielen kleinen Beeinflussungen die ein Würfel während des Schüttelprozesses erfuhr, das Endergebnis (zusammen mit anderen Umständen) eindeutig bestimmen, obgleich daraus keinesfalls folgt, dass wir *durch schütteln* gewisse dieser Beeinflussungen nach Wunsch wiederholen und so, scharfe Gesamtheiten erzeugen können. Von Neumann glaubt dass S im klassischen Fall erfüllt ist. Er irrt hier — und sein eigener Beweis sollte ihm besser

(*) La proposition B est reproduite sous une forme modifiée, mais ceci reste sans conséquences dans les arguments subséquents de Feyerabend. Au reste, un peu plus loin il revient au sens neumannien exact de B.

(**) Notre numérotage.

(***) Cette remarque est transcrite de l'objection de Feyes [14].

lehren]. 5 (*) [Er nimmt mit recht an, dass S im Quantenmechanischen Fall nicht erfüllt ist — aber eine Betrachtung des klassischen Falles zeigt, dass dies keine Ausnahme ist, die die Quantenmechanik dem klassischen Fall gegenüber auszeichnet. Der richtige Schluss ist, dass S überall dort nicht erfüllt ist wo statistischen Annahmen auftreten und dass S mit der Existenz oder Nichtexistenz verborgener Parameter nichts zu schaffen hat. 6 (*) [Alles was aus dem neumannischen Beweis folgt, ist also dies : Verborgene Parameter, die zur genauern Beschreibung eines statistischen Vorganges eingeführt wurden, werden ebenfalls streuen »].

L'on peut faire les remarques suivantes concernant l'objection de Feyerabend :

Comme nous l'avons montré précédemment, (ε_2), ce sont les propositions $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ qui découlent du formalisme quantique, et non pas les propositions $(\varepsilon_1 \cdot 1)$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)$. Dans la mesure où Feyerabend attribue aux propositions A et B respectivement les sens exprimés rigoureusement par $(\varepsilon_1 \cdot 1)'$ et $(\varepsilon_1 \cdot 2)'$ nous sommes d'accord avec ses assertions de 1 [—] (**).

Mais nous cessons d'être d'accord avec les assertions 2 [—] (**), pour les motifs suivants : l'opinion qui résulte de 1 [—] (**) + 3 [—] (**) est que, en premier lieu, en ajoutant S à A et B, l'on crée un système de prémisses explicites qui suffit pour fournir correctement — d'un point de vue purement formel — la conclusion D, qui néanmoins, en second lieu, n'est pas vraie, parce que S n'est pas vraie.

Or, 2 [—] (**) ne peut pas être admis, pour deux raisons.

D'abord d.N. *ne conduit pas à* D d'une façon correcte, même d'un point de vue purement formel, quand on accepte la vérité de S. On peut s'en convaincre en examinant le chapitre 4, au cours duquel nous avons constamment et explicitement tenu compte du fait que von Neumann accepte S (ε_2, $(R_1 \cdot 3)$, $(R_2 \cdot 3)$ etc...). Donc S ne possède pas en fait la première des deux propriétés que lui attribue Feyerabend, donc 2 [—] (**) ne peut pas être admis. Feyerabend l'admet néanmoins en conséquence de l'association de deux confusions qu'il commet, que nous discuterons tout à l'heure plus en détail, et que nous bornons pour l'instant à indiquer : l'une de ces confusions consiste dans le fait qu'il accorde à tort à S le sens du critère (Csc) et l'autre consiste dans son opinion, fausse également, que tout paramètre caché associé aux systèmes décrits par une théorie T doit nécessairement être introduit *en* T, c'est-à-dire, que seulement des développe-

(*) Voir note (**) p. 28.

(**) Nous indiquons ainsi la partie du raisonnement cité à laquelle nous avons assigné ce nombre.

ments internes de T peuvent éventuellement exister. Avec ces deux suppositions spécieuses l'on peut voir tout de suite que ε_3 acquiert en effet une structure formellement correcte.

La seconde raison pour laquelle on ne peut pas admettre 2 [—] (*) est que — contrairement à 3 [—] (*) — S est vraie. En effet, les arguments 4 [—] (*) de Feyerabend qui supportent 3 [—] (*) sont faux. Pour mettre ceci en évidence il suffit, un ensemble de systèmes S quelconques étant donné, de distinguer clairement entre les différentes sortes de décomposabilité en sous-ensembles sans dispersion, que l'ensemble considéré peut posséder :

I — Il se peut que l'ensemble considéré possède exclusivement une décomposabilité purement conceptuelle en sous-ensembles sans dispersion.

II — Si la décomposabilité I existe, il se peut qu'en plus il possède aussi une décomposabilité opérationnelle (physique) de principe.

III — Si les décomposabilités I et II existent il se peut enfin qu'il possède aussi une décomposabilité opérationnelle effective en sous-ensembles sans dispersion.

Il est bien connu, que dans toute théorie statistique classique T_c on admet par postulat que le comportement des systèmes décrits possède un caractère causal. Or, l'existence — qui définit le déterminisme — d'une relation biunivoque et réciproque entre deux phases successives quelconques d'une évolution d'un système décrit par T_c, est formellement équivalente à la décomposabilité conceptuelle en sous-ensembles sans dispersion, de tout ensemble de T_c (si T_c possède une structure causale ces sous-ensembles sont définis à l'intérieur de T_c, sinon, ils sont définis dans une correspondante complète de T_c qui, si T_c ne satisfait pas au critère (Cs → c), n'est pas un développement interne de T_c). La décomposabilité de type I est donc *par postulat* une propriété de tous les ensembles d'une théorie statistique classique. C'est en *cela* que consiste le sens de la proposition S qui intervient en d.N., et en ce sens la vérité de S est admise unanimement et nous paraît incontestable. La proposition S concerne le comportement physique des systèmes décrits par T_c, elle exprime de quelle façon un caractère causal de ce comportement physique, dont l'existence est admise par postulat, se manifeste sur le plan formel : la proposition S est le critère (Ccc) de *comportement*, et il ne faut pas la confondre avec le critère (Csc) de *structure formelle*, qui, lui, n'est en effet pas satisfait par, pratiquement, aucune des théories statistiques classiques.

(*) Voir note (**) p. 29.

Néanmoins Feyerabend fait cette confusion, et c'est sur elle qu'il s'appuie pour nier la vérité de S, puis pour affirmer que les théories statistiques classiques ne satisfont pas à S, et puis, enfin, pour faire toutes les affirmations de 5 [—] (*), comme nous le montrerons ci-dessous.

Rappelons maintenant la position des théories statistiques classiques par rapport aux décomposabilités de type II et III.

Puisque, comme on le sait, le système des postulats d'une théorie statistique classique ne contient pas des propositions qui limitent la définibilité opérationnelle de principe de l'état d'un système décrit par T_c, il est évident que les ensembles des théories statistiques classiques possèdent aussi — avec la décomposabilité de type I — la décomposabilité opérationnelle de principe en sous-ensembles sans dispersion (là-dessus l'objection de Bocchieri et Loinger concernant les raisonnements de Feyerabend [16] nous paraît tout à fait justifiée).

La seule sorte de décomposabilité que les ensembles des théories statistiques classiques ne possèdent pas en général, est la décomposabilité opérationnelle effective. L'affirmation de Feyerabend, qu'il n'est pas possible d'obtenir des ensembles sans dispersion en jetant des dés, ne constitue qu'une illustration de ce fait.

Feyerabend paraît ignorer qu'il existe différentes sortes de décomposabilité d'un ensemble statistique, en sous-ensembles sans dispersion. Il est frappé par la non-décomposabilité opérationnelle effective des ensembles des théories statistiques classiques et il considère ce fait comme résolvant — négativement — toute la question de la décomposabilité de ces ensembles.

Pour les raisons que nous venons d'indiquer 4 [—] (*) nous paraît inacceptable et, partant, 3 [—] (*) faux.

Quant aux considérations 5 [—] (*), elles constituent dans leur totalité — comme nous l'avons dit plus haut par anticipation — une illustration du fait que Feyerabend confond le critère (Csc) de structure formelle causale d'une théorie et le critère (Ccc) de comportement physique causal de systèmes. En effet, si la proposition S avait vraiment le sens (Csc) que Feyerabend lui attribue, les assertions de 5 [—] (*) seraient correctes, car il est vrai que von Neumann admet que *t.q.* ne satisfait pas à (Csc) (ceci — qui est d'ailleurs bien évident — est contenu dans la conclusion de ε_1). Il est vrai également que le fait que *t.q.* ne satisfait pas à (Csc) ne distingue pas cette théorie des théories statistiques classiques (la non-satisfaction au critère (Csc) est une caractéristique de définition de toutes les théories statistiques de la catégorie II du chapitre 3, dont la sous-catégorie II-1.1 contient toutes les

(*) Voir note (**) p. 29.

théories classiques qui présentent intérêt). Finalement, il est vrai aussi que (Csc) ne fournit pas la possiblité de décider de l'existence ou de l'inexistence de paramètres cachés (cette dernière remarque est d'ailleurs équivalente à 1[—] (*)). On voit donc qu'avec le sens que Feyerabend attribue à S, 5 [—] (*) est en effet correct. Seulement, la proposition S *n'a pas* le sens (Csc), et par là toutes les assertions de 5 [—] (*) perdent leur signification. En effet, S étant (Ccc) il n'est évidemment plus possible d'affirmer que von Neumann *suppose* S vraie pour le cas de *t.q.*, puisque la démonstration de ce fait est l'objet même de son raisonnement. Il est également évident qu'il n'est pas possible non plus de dire que la position de *t.q.* par rapport à S n'est pas différente de celle des théories statistiques classiques, car dans ces dernières théories on admet par postulat que les systèmes décrits se comportent de façon causale, tandis qu'en *t.q.* ce problème est laissé ouvert. (De plus, dans *t.q.* le problème d'un caractère causal du comportement des systèmes décrits est compliqué d'une façon spécifique par le fait que le principe d'incertitude est considéré comme incompatible avec une décomposabilité opérationnelle de principe, donc aussi avec une décomposabilité opérationnelle effective, ce qui pose le problème de la compatibilité entre la non-décomposabilité opérationnelle des ensembles et leur éventuelle décomposabilité conceptuelle, formellement équivalente à (Ccc))

Bref, Feyerabend confond deux ordres de faits essentiellement différents, l'un concernant des propriétés purement formelles de théories, l'autre concernant des propriétés physiques de systèmes matériels. Cette confusion vicie 5 [—] (*), qui ne peut pas être accepté.

Enfin, la conclusion 6 [—] (*) de Feyerabend entraîne que — comme von Neumann d'ailleurs — il ne tient pas compte du fait qu'une correspondante complète T′ d'une théorie statistique T n'est pas nécessairement un développement interne de T. Partant, il ne tient pas compte non plus du fait que les paramètres cachés par rapport à T à l'aide desquels T′ est construite n'ont pas nécessairement une dispersion eux aussi, mais que, au contraire, il est possible que T′ satisfasse à (Csc) même si T ne satisfait pas à (Cs → c). Donc 6 [—] (*) non plus ne peut pas être accepté.

Concluons :

Feyerabend fait en 1 [—] (*) la remarque — vraie, et fondamentale pour l'invalidation de d.N. — que les propositions A $((\varepsilon_1 \cdot 1)')$ et B $((\varepsilon_1 \cdot 2)')$ ne constituent pas une base suffisante pour en déduire correctement une conclusion qui soit spécifique de *t.q.* Mais cet unique élément valide de la publication de Feyerabend considérée ici, n'est pas complété par une identifi-

(*) Voir note (**) p. 29.

cation correcte de la source de la non-validité de d.N. Tout au contraire, cet élément valide s'associe malheureusement à une suite d'assertions qui expriment — comme nous venons de montrer — une vue totalement erronée sur d.N. en son ensemble, aussi bien que sur le problème que d.N. concerne. Le caractère erroné de cette vue provient de l'ignorance de toutes les distinctions et relations qui existent entre les concepts à l'aide desquels on peut exprimer le problème général des paramètres cachés (chapitre 3). L'objection de Feyerabend ne peut donc pas être regardée comme une invalidation de d.N.

6.*c* — L'objection de P. Bocchieri et A. Loinger [16]

P. Bocchieri et A. Loinger (*) reproduisent d'abord assez en détail la manière dont von Neumann déduit la proposition notée par nous ($\varepsilon_1 \cdot 1$) (et par eux « proposition T ») en partant des définitions (α), (β) et des quatre postulats A′, B′, I et II. Ensuite ils disent :

> « Fragen wir uns nun : ist es möglich vom Satz T die Folgerung abzuleiten, dass es keine kausal deterministische Theorie geben kann, von deren Formalismus man mit zweckmässigen Mittelungen über eine gewisse Gruppe von Variablen (v.P.) die Postulate P (**), und folglich, die Formel (1) ableiten kann?
>
> Diese Frage ist negativ zu beantworten, weil für eine solche kausal-deterministische Theorie der Satz T nur bedeuten würde, dass es nach der Berechnung der Mittelwerke nicht mehr möglich ist, streuungsfreie Gesamtheiten zu erhalten. Aber dieser Schluss ist selbstverständlich nach dem die Mittelung von einer wesentlich deterministischen zu einer wesentlich wahrscheinlichkeitstheoretischen Lehre führt. Man kann sich hingegen sofort überzeugen, dass es unmöglich ist eine Theorie kausal deterministischer Art (und deshalb fähig streuungsfreie Gesamtheiten zu erzeugen) aufzubauen, welche unter ihre Grundannahmen die Postulate P beibehält, weil diese Postulate zum Satz T führen, d.h. zur Nicht-Existenz von Streuungsfreien Gesamtheiten; es ist mit anderen Worten unmöglich, in die Quantentheorie v.P. einzuführen, wenn die Grundpostulate der Theorie unverändert belassen bleiben. Es gibt hingegen keinen prinzipiellen Grund, welcher den Aufbau einer « microskopischen » Theorie kausal-deterministischer Art verbietet, die grundverschieden von der Quantentheorie und so beschaffen wäre, letztere zu erzeugen, nachdem man eine passende

(*) Nous indiquerons ce groupe de noms par la notation (B-L).
(**) Les postulats A′, B′ I et II, §.2.
(***) La relation (Tr) p. 5.

Mittelung über eine gewisse Anzahl von Variabeln (v.P.) ausgeführt hat, die in ihr enthalten sind ».

Nous sommes parfaitement d'accord avec l'entier contenu du mémoire de (B-L) (aussi bien avec la partie concernant spécifiquement d.N., qu'avec les autres observations qu'elle contient).

Il nous semble néanmoins que ce mémoire ne peut pas être considéré comme constituant une invalidation de d.N. En effet, il ne contient aucune analyse critique de d.N. (D'ailleurs (B-L) reproduisent d.N. dans une mesure insuffisante pour constituer la base d'une analyse de d.N. : L'obtention de « la proposition T » est reportée en détail, mais rien n'est dit concernant la proposition notée par nous ($\varepsilon_1 \cdot 2$), et l'idée contenue dans l'étape notée par nous ε_2 n'est rappelée que partiellement et implicitement; quant à l'étape notée par nous ε_3, qui joue en d.N. un rôle fondamental et caractéristique, (B-L) en font totalement abstraction. On crée ainsi l'impression injustifiée que « la proposition T » constitue à elle seule l'essence de d.N). De même, (B-L) n'indiquent pas quelles sont les déficiences qui permettent de rejeter la conclusion de d.N. ni à quel endroit de d.N. ces déficiences se produisent. L'objection de (B-L) consiste exclusivement en une reproduction passive et partielle de d.N., suivie par une négation — certainement correcte, mais seulement énoncée et non pas démontrée — de la conclusion de von Neumann et en une appréciation de la situation qui existe dans le problème de l'existence de paramètres cachés associés aux microphénomènes.

Il ne nous a donc pas paru inutile d'imposer logiquement la négation de (B-L) de la conclusion de d.N., en déduisant cette négation d'une analyse complète et rigoureuse de d.N.

6.*f* — L'objection de M.L. de Broglie

M. de Broglie montre d'abord ([5], pp. 10-13) que les distributions quantiques de valeurs des grandeurs qui décrivent un microsystème dans l'état ψ, ne satisfont pas aux relations qui caractérisent tout schéma statistique classique. Il met ensuite en évidence que ceci provient du fait que les distributions quantiques de valeurs des différentes grandeurs associées à un microsystème, même quand elles concernent un même état ψ, ne se *réalisent* jamais toutes dans un même ensemble quantique de microsystèmes. M. de Broglie reproduit ensuite en détail l'étape de d.N. notée par nous ε_1, il ajoute que von Neumann en conclut qu'il n'est pas possible d'expliquer les distributions quantiques par un déterminisme caché, puis il critique cette conclusion disant que rien n'empêche d'imaginer une interprétation causale de *t.q.*, à l'aide d'une utilisation appropriée de la circonstance qu'il avait mise en évidence aux pages 10-13 de [15]. Puis, après avoir suffisamment avancé dans l'exposé de la théorie de la double solution, M. de Broglie construit effectivement dans le cadre de cette théorie, pour deux ensembles quantiques (l'un correspondant à l'état qui précède une mesure de la quantité de mouvement, et l'autre correspondant à l'état qui résulte du précédent à la suite de cette mesure) des distributions des grandeurs non-commutantes position et quantité de mouvement, entre lesquelles les relations qui caractérisent le schéma statistique *sont satisfaites* ([15], pp. 88-93). Ensuite, il conclut ([15], p. 93) :

> « On voit maintenant très nettement le défaut qui vicie la démonstration du célèbre théorème de M. von Neumann. Son raisonnement montre bien qu'il est impossible, même en introduisant des variables cachées, de constituer un collectif correspondant à la fois aux distributions de probabilité $|\psi|^2$ et $|c(p)|^2$ habituellement envisagées pour les grandeurs canoniquement conjuguées « position » et « quantité de mouvement ». Mais il ne prouve aucunement qu'en introduisant des variables cachées, on ne puisse pas constituer des collectifs (à distributions de probabilités partiellement cachées*) qui soient du type habituel et qui correspondent respectivement à l'état initial avant la mesure et à l'état final après la mesure. Les probabilités habituellement considérées figurent dans ces collectifs, mais pas dans le *même* collectif. Nous venons de construire en détail dans le cas de la mesure de **p** les collectifs en question et nous apercevons bien maintenant que le théorème de M. von Neumann n'avait pas la portée qu'on lui attribuait ».

M. de Broglie identifie donc la cause pour laquelle *t.q.* ne satisfait pas au critère (Cs → c) et puis, en écartant cette cause, il édifie effectivement une interprétation causale de *t.q.*

La non-contradiction logique avec *t.q.* de l'existence — même si cette existence était purement conceptuelle — des distributions compatibles avec le schéma statistique classique, que M. de Broglie a construites dans le cadre de son interprétation causale de *t.q.*, suffit évidemment à elle seule pour infirmer d.N. Mais à cause sans doute du fait qu'il disposait de ce moyen constructif pour invalider d.N., M. de Broglie s'est moins préoccupé d'obtenir rigoureusement cette même invalidation aussi par voie purement

(*) Nous montrons dans la seconde partie de cette thèse qu'il n'est nullement inconcevable que les distributions de la quantité de mouvement obtenues par M. de Broglie, bien que cachées formellement par rapport à *t.q.*, s'avèrent néanmoins non-cachées expérimentalement, physiquement.

destructive, en analysant exhaustivement la structure de d.N. (M. de Broglie n'analyse pas les étapes ε_2 et ε_3 au cours desquelles von Neumann déduit, à partir de ε_1, sa conclusion).

Ceci nous fit penser qu'il n'est peut-être pas sans intérêt de joindre à l'invalidation de M. de Broglie — constructive, et par cela extérieure à d.N., rejetant d.N. globalement, sans la décomposer — l'invalidation accomplie dans cette première partie de notre thèse, et qui, en vertu de son caractère analytique, peut en plus identifier les sources spécifiques de cette invalidité, et leur emplacement logique exact par rapport aux autres éléments structuraux de d.N.